

Délivrable 3.1: choix des méthodes d'optimisation

15 septembre 2010



Laboratoire d'Informatique, de Traitement de l'Information et des Systèmes

A. Rakotomamonjy, J. Delporte et S. Canu
Université de Rouen et INSA de Rouen, LITIS EA 4108

Quel algorithme pour la factorisation ℓ_1 ?

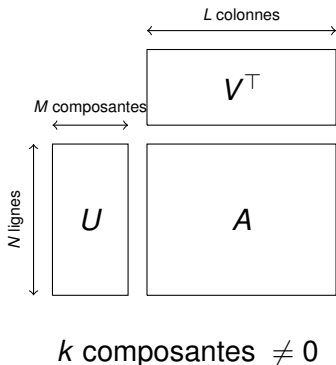
$$\begin{cases} \min_{U,V} d(A, UV) = \sum_i \sum_j \text{cout}(a_{ij} - \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j) \\ \text{with } \|V\|_0 \leq t \end{cases}$$

► Choix de l'algorithme dans le cas ℓ_2

- $\|V\|_0 \leq t$
- $\|V\|_1 \leq t$
- $\|V\|_p \leq t, \quad 0 < p < 1$

► choix de la fonction cout : le cas 0/1

- norme de Frobenius (SVD)
- distance du chi 2 (AFC)
- régression logistique (loi de Bernoulli)



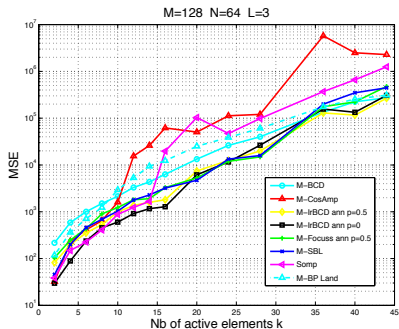
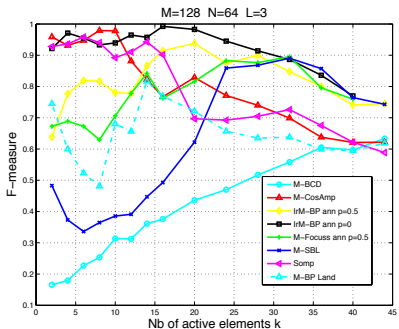
Comparing optimization algorithms

Task : simultaneous sparse approximation = grouped lasso

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_V \|A - UV^T\|_F^2 \\ \text{with } \|V\|_1 \leq t \end{array} \right. = \sum_i \sum_j (a_{ij} - \mathbf{u}_i^T \mathbf{v}_j)^2$$

- ▶ FOCUSS : reweighted least square (cotter 05)
- ▶ M-EM : EM reweighted least squares (Tipping 01)
- ▶ Landweber iterations : gradient + proximal projection (Daubechies 04)
- ▶ S-OMP simultaneous orthogonal matching pursuit (Tropp 06)
- ▶ **BCD : block-coordinate descent (active constraints)**
- ▶ iterative approaches
 - ▶ CosAmp (Tropp 07)
 - ▶ Multiple Sparse Bayesian Learning (M-SBL) (Wipf 07)
 - ▶ **iterative reweighted M-Basis Pursuit (IrM-BP) + annealing**

Comparing reconstruction performances



- ▶ CosAmp, Ir BCD Ann and Somp are sparse
- ▶ BCD, Ir BCD Ann, Focuss and SBL are effective

Computational performances

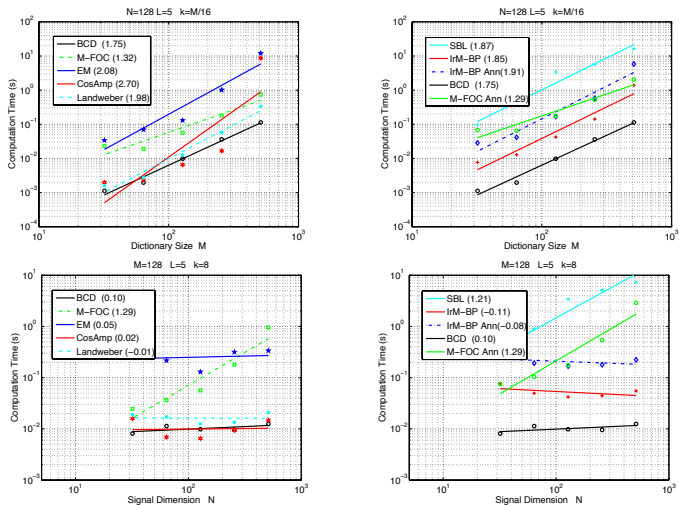


Figure: Estimating the empirical exponent, given in parenthesis, of the computational complexity of different algorithms (M-BCD, IrM-BP, M-SBL, M-FOCUSS, CosAmp, Landweber iterations).

Quel algorithme pour la factorisation binaire ?

$$d(A, UV) = \sum_i \sum_j \text{cout}(a_{ij} - \mathbf{u}_i^\top \mathbf{v}_j)$$

- ▶ distance de Frobenius et contraintes ℓ_1
- ▶ distance du chi 2 (AFC)
- ▶ modélisation binômiale : régression logistique

Précision à 5 en fonction du nombre de facteurs

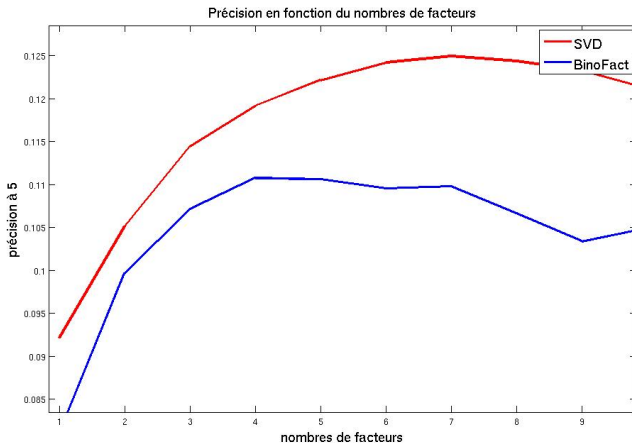


Figure: Précision en fonction du nombre de facteurs

Conclusion

- ▶ Méthodes des contraintes active : efficace et flexible
- ▶ modélisation binômiale : pas très performant